φ et « l'harmonie »

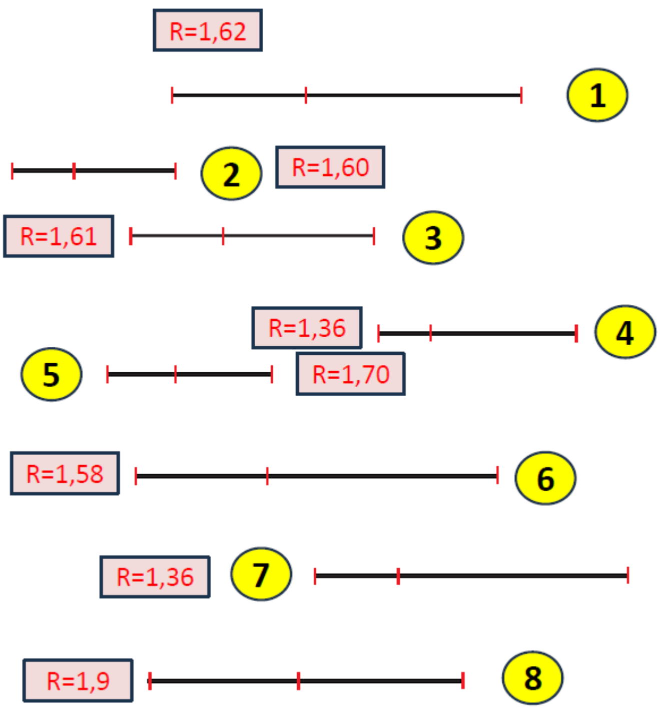
Contacts : Catherine Dargent (dargent.catherine@free.fr)
Patrick Roudeau (roudeau@lal.in2p3.fr)

Nous avons essayé de vérifier si, spontanément, les gens trouvaient qu'une division suivant le nombre d'or leur paraissait la plus équilibrée, la plus harmonieuse.

Deux tests ont été proposés à des élèves de CM1 et de CM2 (80 au total) utilisant des segments ou des rectangles. Nous expliquons ici comment ils ont été réalisés et ce que nous en avons retiré afin de proposer des approches (éventuellement) meilleures dans le futur.

Division d'un segment en deux parties.

Nous avons demandé à des élèves de CM1 et CM2 de désigner quelle était la division d'un segment qui leur paraissait la plus harmonieuse parmi celles proposées ci-dessous.



Différentes manières de diviser un segment en deux parties. Les valeurs de R correspondent aux rapports entre la longueur totale et celle du plus grand morceau pour le segment considéré. Ces valeurs ne sont pas apparentes lors des tests.

A l'unanimité, les enfants ont désigné la N°8 où le segment est divisé en deux parties quasi égales (R = 1,9).
Dans un autre essai nous avons éliminé ce choix, des possibilités offertes. C'est la N°5 qui a alors été préférée (40%). C'est celle qui se rapproche le plus, maintenant, de l'égalité entre les deux morceaux (R = 1,7).
Les segments, divisés suivant la proportion dorée, sont les N°1, 2 et 3 pour lesquels R = 1,61 ± 0,01, ont recueilli 28% (en ajoutant les 3). Valeur qui augmente à 38% si on ajoute le N°6 (R=1,58 ce qui

est très voisin de 1,61).
Les N°7 et 4 recueillent chacun 12%. Ils ont des longueurs totales différentes mais le même R= 1,36.

Compte-tenu de la statistique (assez faible) il est difficile de tirer des conclusions bien claires, mis à part le fait que la division en deux parties égales est privilégiée. Pour le reste, il semble que plus on s'éloigne de cette symétrie et moins la division parait harmonieuse (?).

Modifications à envisager :

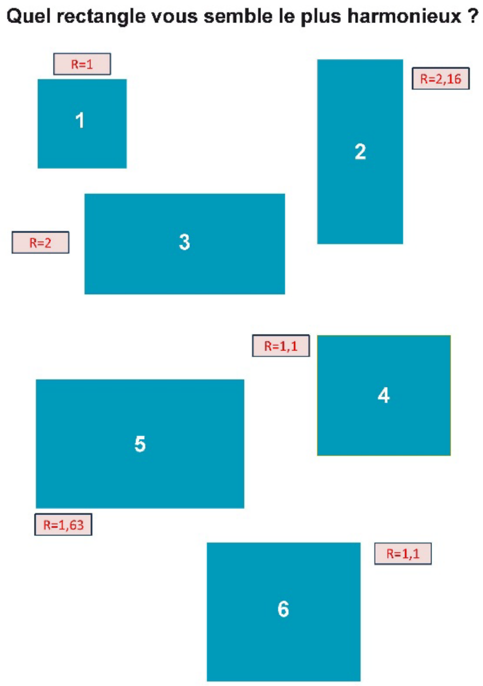
+ utiliser des segments de même longueur et ayant des R tous différents afin de n'être sensible qu'à la valeur de R ;
+ prendre des R régulièrement espacés : 1,8, 1,7, 1,6, 1,5, 1,4, 1,3, 1,2 afin de voir s'il y a une tendance générale (plus on s'éloigne de R=2 et moins ce cas est choisi) ou bien une valeur de R privilégiée (plus de suffrages autour d'une valeur de R) ;
+ ranger les segments en les alignant et par valeurs de R décroissantes ;
+ ranger les segments au hasard sur la feuille et comparer les résultats avec le rangement précédent ;
+ utiliser une valeur fixe de R mais des segments de tailles variées. Y aura-t-il des tailles privilégiées ;
+ … etc …

En fonction de l'âge des enfants et du temps disponible il peut être possible de leur soumettre directement le problème à résoudre : est-ce que la division d'un segment suivant le nombre d'or parait plus jolie, plus équilibrée, que d'autres divisions effectuées avec d'autres choix ?
Ce sont eux qui proposent des procédures afin de mesurer si certaines valeurs de R sont plus « harmonieuses » que d'autres et imaginent si d'autres paramètres pourraient influencer le choix des personnes et, dans ce cas, comment les éliminer.

Proportions d'un rectangle.

Souvent la proportion dorée est invoquée à propos d'architecture ou de peinture. Dans ce cas ce sont des « rectangles d'or », pour lesquels le rapport longueur/largeur = φ qui sont recherchés.

Nous avons demandé, aux mêmes élèves de CM1 et CM2, de désigner quel était le rectangle qui leur paraissait le plus harmonieux parmi ceux dessinés sur une feuille.



Parmi ces rectangles quel est celui qui vous parait le plus « harmonieux ». Les valeurs de R correspondent aux rapports entre la longueur et la largeur du rectangle considéré. Ces valeurs ne sont pas apparentes lors des tests.

Pour les CM1 (33 élèves) ils ont choisi (à 50%) le rectangle 5 qui est effectivement le « rectangle d'or ».
Par contre, les CM2 (50 élèves) ont réparti leurs choix sur les N°2, 3 et 5. Le N°3 est préféré à 40%, les N°2 et 5 ont des scores similaires autour de 20%. Avec le N°3 on retrouve la symétrie privilégiée pour la division précédente du segment (R = 2).

Il semble qu'il y ait une compétition entre la symétrie et la proportion dorée. Cependant il est prématuré de conclure car la statistique est faible. D'autre part nous avons observé que les choix pouvaient être influencés par des « leaders » dans les petits groupes d'élèves (de 6 à 8) que nous avions.

Modifications à envisager :

+ utiliser des rectangles ayant des R tous différents et régulièrement espacés : 1,8, 1,7, 1,6, 1,5, 1,4, 1,3, 1,2 en excluant les carrés (R=1) ainsi que R=2 (symétrie).
+ utiliser des rectangles qui incluent R=2 : 2,4, 2,2, 2,0, 1,8, 1,6, 1,4, 1,2 et voir qui de la symétrie ou de la proportion dorée est préférée ;
+ utiliser une valeur fixe de R mais des rectangles de tailles variées. Y aura-t-il des tailles privilégiées ;
+ … etc …

En fonction de l'âge des enfants et du temps disponible il peut être possible de leur soumettre directement le problème à résoudre : est-ce qu'un rectangle dont les proportions obéissent au nombre d'or parait plus harmonieux, que d'autres ayant des proportions différentes?
Ce sont eux qui proposent des procédures afin de mesurer si certaines valeurs de R sont plus « harmonieuses » que d'autres et imaginent si d'autres paramètres pourraient influencer le choix des personnes et, dans ce cas, comment les éliminer.

Faire en sorte que chaque enfant réagisse suivant ses propres réactions sans subir de pression de ses camarades.